

УДК 539.3

ВЫПУЧИВАНИЕ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ И КОНИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК ПРИ ОСЕВОМ УДАРНОМ НАГРУЖЕНИИ

*В.Г. Баженов, М.С. Баранова, А.И. Кибец,
В.К. Ломунов, Е.В. Павленкова*

Аннотация

Рассматриваются геометрически и физически линейные и нелинейные постановки задач о динамическом нагружении оболочек вращения, аналитические и численные методы решения задач ударного выпучивания и закритического поведения упругих и упругопластических оболочек вращения по осесимметричным и неосесимметричным формам. Оценивается роль краевых, волновых, геометрически и физически нелинейных эффектов, а также связанности осесимметричных и неосесимметричных форм в процессе выпучивания при многостадийной потере устойчивости. Показано, что неосесимметричные формы потери устойчивости цилиндрических оболочек в упругопластической области реализуются по второй и третьей форме как при статическом, так и динамическом нагружении, и, следовательно, для исследования этих процессов теория пологих оболочек неприменима.

Ключевые слова: ударное нагружение, цилиндрические и конические оболочки, упругопластическое выпучивание, критические параметры.

Введение

Устойчивость тонкостенных оболочек при динамическом нагружении – сравнительно молодое направление в механике твердого деформируемого тела. Основопологающей здесь, по-видимому, следует считать работу [1], где впервые теоретически обосновано, что критические параметры динамического нагружения и формы потери устойчивости стержней и оболочек могут значительно отличаться от статических.

Накопленные экспериментальные данные по этому вопросу показывают, что выпучивание цилиндрических [2–14] и конических [11–15] оболочек при продольном ударном сжатии происходит либо по осесимметричным формам с образованием кольцевых складок вблизи торцов, либо по неосесимметричным, когда в процессе деформирования поверхность оболочки покрывается рядами вмятин, напоминающих ромбы. Такое волнообразование имеет место и для статического продольного сжатия, однако при динамическом приложении нагрузки выпучивание происходит по более высоким формам. Реализация той или иной картины волнообразования зависит от многих факторов: скорости удара, соотношения масс ударяющего тела и оболочки, геометрии и материала оболочки. Одним из главных параметров, определяющих форму потери устойчивости, является отношение R/h (R – наименьший радиус кривизны срединной поверхности, h – толщина оболочки).

Кинограммы процессов выпучивания цилиндрических и конических [8, 10, 12] тонких оболочек ($R/h = 500 \div 800$) показывают, что в начальной стадии характерным является образование осесимметричных складок, примыкающих к ударяемому и противоположному торцам. В дальнейшем развитие осесимметричных форм сопровождается возникновением кольцевых сжимающих напряжений в складках,

направленных внутрь оболочки. При достаточно большой энергии удара эти напряжения способны вызвать трансформацию осесимметричных форм в неосесимметричные. При этом осевая длина неосесимметричной вмятины [12] будет равна удвоенной длине волны осесимметричного выпучивания на начальной стадии процесса. Для тонких оболочек при умеренных скоростях удара осесимметричная стадия деформирования и трансформация изгибных форм в неосесимметричные протекают упруго [10]. Пластические деформации образуются позже на линиях изгиба поверхности, они не влияют на формы выпучивания тонких оболочек, а лишь фиксируют окончательную картину волнообразования.

Методы решения задач динамического выпучивания тонкостенных оболочек тесно связаны с используемыми моделями теории оболочек, идеализацией свойств материала и внешних воздействий.

1. Моделирование процессов ударного выпучивания упругих оболочек

С помощью аналитических методов [1, 8–10, 16–18] удается оценить длину полуволны выпучивания и связанное с ней критическое время или критическую скорость удара, а также выявить наиболее быстро растущие формы потери устойчивости для полубесконечных тонких упругих цилиндрических оболочек, подверженных осевому удару по торцу бесконечно большой массой. Для всех этих исследований характерна идеализация реального процесса, частичный или полный отказ от учета волнового характера распространения напряжений.

Отметим, что в рамках линейной теории критические параметры осесимметричного и неосесимметричного выпучивания цилиндрических оболочек одинаковы, поэтому теоретически предсказать преобладающую форму изгиба не представляется возможным. Более полную картину динамического выпучивания оболочек с учетом переходного волнового процесса можно получить при численном решении задачи в нелинейной постановке. В этом случае появляется возможность проследить весь процесс выпучивания оболочек конечной длины при реальных начальных и граничных условиях.

Критерии потери устойчивости оболочек при динамических нагрузках определены не так хорошо, как при статических, и требуют оценки неустановившейся реакции оболочек при различных уровнях воздействия. Чаще всего применяемые динамические критерии основываются на построении зависимости максимальной амплитуды выпучивания от параметров нагружения. Критической считается такая нагрузка, при которой происходит резкое возрастание амплитуд прогибов [19].

Для численного решения задач динамического выпучивания оболочек чаще всего применяется метод конечных разностей или метод конечных элементов в сочетании с явной схемой «крест» интегрирования по времени. Эти схемы алгоритмичны и удобны в расчетах, но, являясь условно устойчивыми, имеют малый шаг интегрирования по времени. Эти же схемы могут применяться и для исследования квазистатических процессов выпучивания оболочек. При этом время выступает в качестве параметра нагружения. Варьируя им, можно управлять вкладом сил инерции в решении задачи.

По-видимому, первая попытка численного решения осесимметричной задачи ударного выпучивания упругой цилиндрической оболочки была предпринята в [20]. Цикл работ [21–23] посвящен анализу осесимметричного процесса выпучивания упругих цилиндрических и конических оболочек. Система разрешающих уравнений относилась к гиперболическому типу (уравнения типа Тимошенко), метод решения – конечно-разностный, геометрическая нелинейность учитывалась через соотношения квадратичного варианта нелинейной теории упругости. Получены ха-

ракетные формы выпучивания упругих оболочек конечной длины. Оценено влияние параметров нагружения (скорости удара и массы груза) на критическое время.

В [24] исследуется поведение конической упругой оболочки при ударе как по меньшему, так и по большему торцам. Исходная система гиперболических уравнений типа Тимошенко сведена с помощью метода прямых к системе обыкновенных дифференциальных уравнений, которая интегрируется методом Кутты – Мерсона.

Недостатками работ этого цикла является неправомерность упругой постановки задачи при исследовании достаточно толстых ($R/h \leq 100$) металлических оболочек и неучет неосесимметричных форм выпучивания при рассмотрении тонких оболочек вращения. Отметим работы [19, 25, 26], в которых для решения задачи о неосесимметричной потере устойчивости цилиндрической оболочки при продольном ударе использовался метод Бубнова – Галеркина. Задача устойчивости решалась на основе нелинейных уравнений теории пологих оболочек среднего изгиба Муштары – Доннелла – Власова. Оболочка рассматривалась как система с одной, двумя или тремя степенями свободы. Получен характерный вид изменения прогиба во времени в зависимости от скорости нагружения, величины начальных несовершенств, форм волнообразования и геометрических параметров оболочки. Подробный анализ этих работ имеется в обзоре [27].

В [28, 29] методом Бубнова – Галеркина получено численное решение задачи динамического осевого сжатия на основе аппроксимации функции прогиба в высоких приближениях. По результатам исследований сделан вывод о применимости метода Бубнова – Галеркина по двум координатам лишь в случае, когда неосесимметричное выпучивание происходит в средней части оболочки (вне зоны краевого эффекта).

Постановка задач ударного выпучивания упругих оболочек вращения с учетом краевых, волновых и геометрически нелинейных эффектов, а также связанности осесимметричных и неосесимметричных форм осуществлена в работах [13, 30–32]. Ввиду периодичности форм выпучивания функции прогиба, продольного смещения, начальной погиби и напряжений представлены в виде отрезка ряда Фурье по окружной координате. Осесимметричная составляющая решения определяется с привлечением геометрически нелинейных уравнений движения непологих оболочек при учете продольных волновых эффектов, а для неосесимметричной составляющей вводятся упрощения теории пологих оболочек. В результате применения процедуры Бубнова – Галеркина по окружной координате и конечноразностной дискретизации вдоль образующей задача сводится к системе обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка по времени относительно функций перемещений и системе линейных алгебраических уравнений относительно функций напряжений в узлах сетки. Система нелинейных дифференциальных уравнений интегрируется по времени методом де Воджелера. Алгебраические уравнения на каждом временном шаге решаются методом пятидиагональной прогонки.

В [31] исследовалось выпучивание конических оболочек с углами конусности $\theta = 0^\circ, 15^\circ$ и 30° и радиусом среднего сечения $R = 0.1$ м при продольном ударе грузом бесконечно большой массы, движущимся со скоростью V_0 . Ударяемый край оболочки был подвижно зажат, а другой жестко заделан. Геометрические и механические параметры стальных оболочек: $R/h = 300$; $L/R = 1.2$; $E = 2.16 \cdot 10^5$ МПа; $\nu = 0.3$; $\rho = 7.88$ кг/м³. Начальная погибь $f_0 = 0.1h$.

На рис. 1 для цилиндрической оболочки ($\theta = 0^\circ$) представлены в фиксированные моменты времени $\tau = ct/L = 6, 8, 10$ осесимметричные (сплошные линии) и неосесимметричные для $n = 8$ (штриховые линии) формы выпучивания при ударе со скоростью $V_0 = 10$ м/с. На рис. 2 представлены аналогичные зависимости для конической оболочки ($\theta = 30^\circ$), неосесимметричные формы для которой имеют номер $n = 6$.

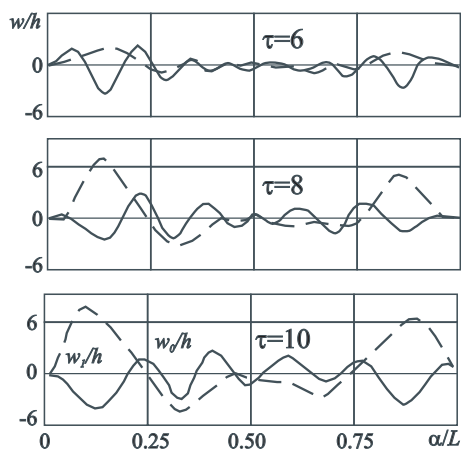
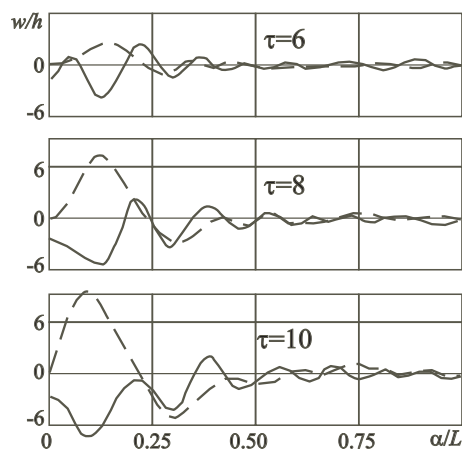
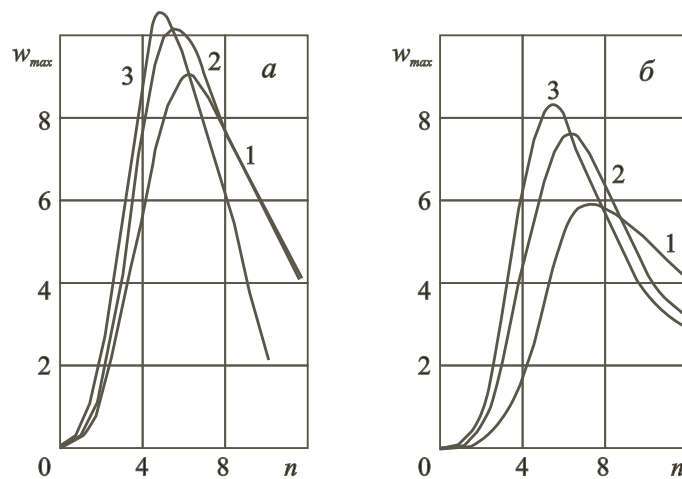

 Рис. 1. Цилиндрическая оболочка, $n = 8$

 Рис. 2. Коническая оболочка, $\theta = 30^\circ$, $n = 8$


Рис. 3

На рис. 3, а в момент времени $\tau = 10$ показаны зависимости максимальной амплитуды выпучивания w_{\max} от номера неосесимметричной формы n при скорости удара $V_0 = 10$ м/с. Кривые 1–3 относятся к оболочкам с углами конусности $\theta = 0^\circ$, 15° и 30° . На рис. 3, б изображены те же кривые, соответствующие удару со скоростью $V_0 = 6$ м/с, в момент времени $\tau = 12$.

При ударном нагружении процесс деформирования начинается с роста мембранных напряжений за счет отражения волн сжатия от торцов оболочки. Возле ударяемого торца сначала формируется осесимметричная складка, направленная наружу. При достижении критического времени τ_* происходит прощелкивание оболочки внутрь у этого торца, после чего осесимметричное выпучивание интенсивно распространяется вдоль оболочки. Рост прогибов приводит к трансформации осесимметричной формы в неосесимметричную, которая происходит вблизи торцов цилиндрической оболочки. Конические оболочки при ударе по торцу меньшего диаметра выпучиваются вблизи ударяемого торца.

Ввиду высокой плотности спектров частот цилиндрических и конических оболочек бурное выпучивание происходит одновременно по нескольким формам.

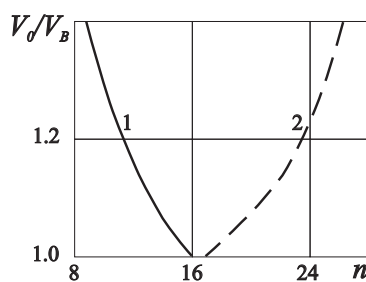


Рис. 4

Преобладающая форма выпучивания у конических оболочек выражена более рельефно (кривые 3 на рис. 3, а и б). С увеличением угла конусности наблюдается рост длины выпучины в окружном направлении, так же как и при увеличении скорости удара.

Теоретически и экспериментально исследовалось [8] выпучивание латунных цилиндрических оболочек, движущихся со скоростью V_0 , при ударе о жесткую преграду. Геометрические и механические характеристики оболочек: $R = 0.025$ м; $R/h = 500$; $L/R = 7$; $E = 1.8 \cdot 10^5$ МПа; $\nu = 0.3$; $\rho = 7.5$ кг/м³. Ударяемый край оболочки был жестко зажат, а другой – свободен.

На рис. 4 изображены зависимости номера преобладающей формы выпучивания от скорости удара, отнесенной к скорости $V_B = ch / (R\sqrt{3(1-\nu^2)})$, соответствующей верхнему значению критической статической нагрузки. Кривая 1 построена в результате расчетов по методике [31]; кривая 2 получена [8] на основе линейных уравнений устойчивости без учета волновых эффектов. Эти кривые имеют противоположные тенденции. Преобладающее выпучивание происходит в зоне краевого эффекта, где большую роль играет докритическое осесимметричное деформирование, не учитываемое линейной теорией. Зависимость, определяемая кривой 2, имеет место на значительном удалении от края оболочки, где амплитуды выпучивания малы. Обе закономерности подтверждаются экспериментальными данными. Так, из кинограммы выпучивания оболочки [8] при скорости удара $V_0 = 7.85$ м/с следует, что вблизи ударяемого торца число окружных волн $n = 12$, а по данной методике $n \approx 11$.

Разработанная методика впервые позволила теоретически смоделировать все стадии процесса ударного выпучивания тонких изотропных и ортотропных цилиндрических и конических оболочек: продольный волновой процесс – осесимметричное выпучивание – трансформация осесимметричных форм в неосесимметричные – распространение процесса волнообразования от краев вдоль оболочки. Отмечена важная роль краевых эффектов, нелинейности докритического состояния, связанности осесимметричных и неосесимметричных форм потери устойчивости. Полученные численные результаты [13, 32] хорошо согласуются с известными экспериментальными данными по ударному выпучиванию тонких цилиндрических оболочек как в зоне краевого эффекта, так и в средней части оболочки. Причем осесимметричное формоизменение вблизи ударяемого края оболочки приводит к эффекту увеличения длины неосесимметричной выпучины – уменьшению их числа в окружном направлении при увеличении скорости удара. В средней части оболочки имеет место противоположная тенденция – число выпучин в окружном направлении растет. При этом их амплитуда значительно меньше, чем в зоне краевого эффекта. Детально исследованы процессы выпучивания упругих изотропных и ортотропных цилиндрических и конических оболочек [13, 31, 32], а также вопросы применимости гипотез Кирхгофа для оболочек с низкой сдвиговой жесткостью.

Рассматривается [33] постановка и методика численного исследования нестационарного деформирования и потери устойчивости гладких и дискретно-подкрепленных упругопластических цилиндрических оболочек при импульсных нагрузках осевого сжатия и (или) внешнего давления. Полагается, что линии подкреплений совпадают с координатными направлениями цилиндрической оболочки. Разрешающая система уравнений формируется на базе конструктивно-ортотропной теории и модели с дискретным размещением подкрепляющих элементов, причем для описания динамического поведения как обшивки, так и подкрепляющих элементов привлекаются уравнения геометрически нелинейной теории оболочек типа Тимошенко. Анализируются формы потери устойчивости и критические нагрузки упругого и упругопластического стрингерного цилиндрического отсека со свободными торцами, нагруженного импульсом внешнего давления, в зависимости от толщины обшивки и скорости роста давления. Исследуется механизм потери устойчивости гладкой оболочки при комбинированном нагружении осевым сжатием и внешним давлением. Сопоставляются формы потери устойчивости и критические нагрузки подкрепленной цилиндрической оболочки с жесткими дисками на торцах, нагруженной внешним давлением или осевым сжатием, рассчитанным по конструктивно-ортотропной теории и модели с дискретным размещением стрингеров.

Из полученных результатов следует, что при числе стрингеров меньше двадцати четырех конструктивно-ортотропная схема приводит не только к качественно иным формам потери устойчивости по сравнению с моделью с дискретным размещением стрингеров, но и к существенно заниженным критическим нагрузкам.

2. Моделирование процессов ударного выпучивания упругопластических оболочек

Цилиндрические металлические оболочки при $R/h < 100$ выпучиваются в упругопластической области с образованием осесимметричных складок вблизи торцов [2, 3, 5, 34]. При высоких уровнях нагружения возможна многостадийная потеря устойчивости [2, 34], когда одна складка замыкается, образуется вторая, затем третья и т. д. При этом вне зоны краевых эффектов в заключительной стадии наблюдалась [2] также потеря устойчивости по низшей неосесимметричной форме ($n = 2$).

2.1. Обоснование расчетной модели упругопластического выпучивания. Достаточно общая математическая модель осесимметричного выпучивания упругопластических оболочек, представленная в [3, 35], базируется на геометрически нелинейной теории оболочек типа Тимошенко. Допускаются большие перемещения и углы поворота при малых сдвиговых и изгибных деформациях. Учет геометрической нелинейности осуществляется пошаговой перестройкой геометрии оболочки. Пластические деформации определяются либо теорией течения [36], либо теорией малых упругопластических деформаций, учитывающей знакопеременное нагружение [37]. Вариационное уравнение движения оболочки получено из принципа минимума мощности работ. Решение задачи строится вариационно-разностным методом в сочетании с явной схемой интегрирования во времени.

Экспериментальные исследования [3] осуществлялись на вертикальном копре. Образцы изготавливались из материала Д16Т в форме стакана (рис. 5).

Удар наносился по доньшку образца стальным ударником, имевшим массу, равную пятнадцати массам рабочей части оболочки. Испытания проводились при трех скоростях удара $V = 16.5$ м/с (образцы 3, 4, 6), $V = 22$ м/с (2, 5, 7) и $V = 23.8$ м/с (1, 8, 9). Для образца № 9 на рис. 5 сплошной линией показана

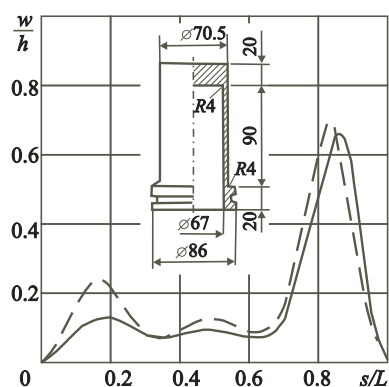


Рис. 5

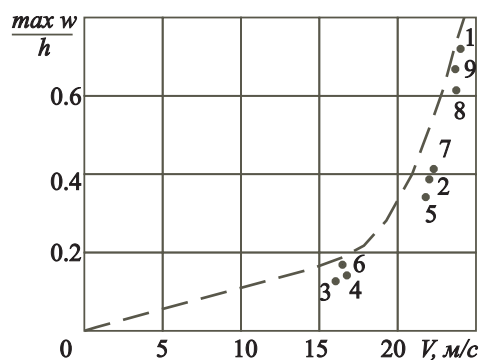


Рис. 6

остаточная форма. Величины максимальных прогибов на выпучине отмечены на рис. 6 кружочками. Результаты расчетов с использованием теории течения с общим комбинированным упрочнением представлены на рис. 5, 6 пунктирными линиями. Видно, что численная методика [38] позволяет как предсказать характерную форму изогнутой поверхности достаточно толстых оболочек при продольном ударе, так и получить количественные оценки выпучивания – длину полуволны и амплитудные значения прогибов. Для оценки влияния сложного нагружения изучались [3] параметры Лоде и траектории деформации, построенные в девиаторном пространстве А.А. Ильюшина. Характер нагружения, особенно в местах образования складок, существенно неоднороден по толщине оболочки. Зоны догрузки и разгрузки на срединном слое заметно отличаются от соответствующих величин на поверхностях. Наиболее существенно сложное нагружение проявляется в наружных волокнах оболочки, где, начиная с образования складки, параметры Лоде μ_σ и μ_ϵ изменяются почти в противофазе. Траектории деформации имеют большие углы излома (порядка 90°) на участках упругих разгрузок. В зонах активного нагружения траектории достаточно плавные. Углы, которые образуют касательная и секущая любого отрезка траекторий длиной, равной трем пределам текучести по деформациям, не превышают 45° . Такие траектории деформации, согласно классификации А.А. Ильюшина, при потере устойчивости следует отнести к классу траекторий малой и средней кривизны. Процесс деформирования на закритической стадии идет по траекториям, имеющим малую кривизну.

Результаты расчета параметров выпучивания цилиндрической оболочки из Д16Т при продольном ударе грузом конечной массы, выполненные по различным теориям пластичности [35], приведены на рис. 7, 8.

В сравнении участвовали:

- модель теории течения с общим комбинированным упрочнением (сплошные линии со светлыми кружочками);
- модель теории течения с линейным кинематическим упрочнением (сплошные линии);
- модель теории течения с линейным кинематическим упрочнением, без учета сжимаемости материала (штрих-пунктирные линии);
- модель деформационной теории со стабильной билинейной петлей деформирования без учета сжимаемости материала (пунктирные линии).

Для оценки выпучивания вводится интегральный параметр w^* , характеризующий волнообразование по отношению к среднему прогибу. На рис. 7 представлено сравнение прогибов в зоне образования складки (w/h – прогиб по отношению

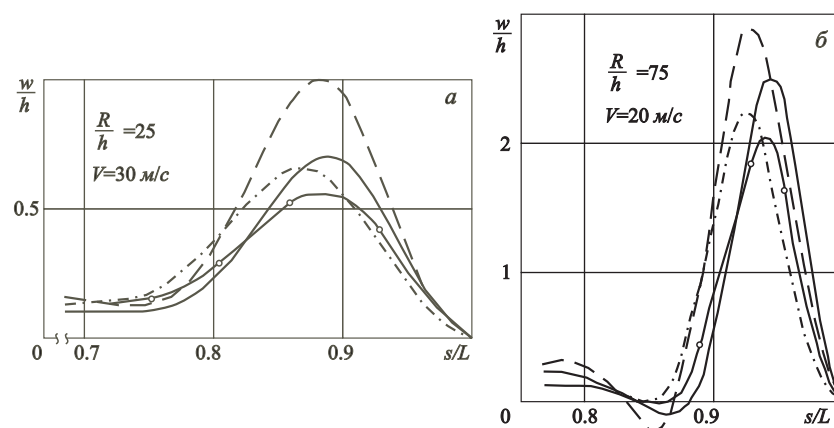


Рис. 7

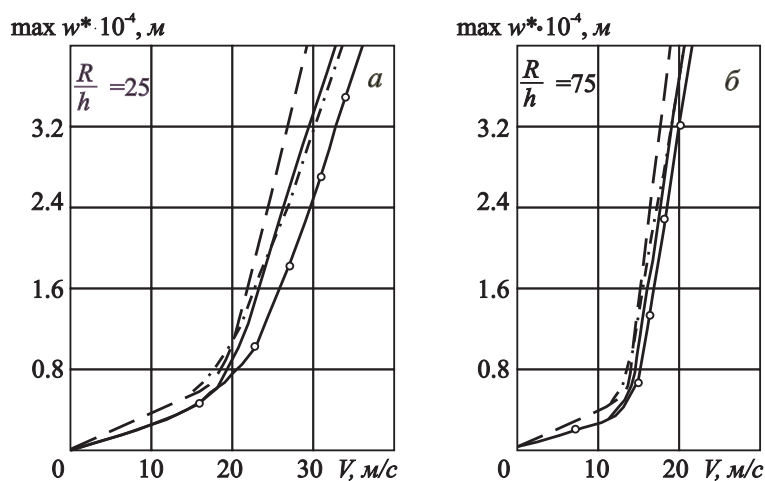


Рис. 8

к толщине, s/L – относительная координата по длине оболочки). Графики построены в момент времени, когда прогиб на выпучине достигает максимального значения.

На рис. 8 построены зависимости максимальных значений параметра w^* от скорости удара. Сравнение показывает, что все рассмотренные модели правильно описывают процесс выпучивания, однако деформационная теория дает некоторое завышение прогибов. При этом с возрастанием скорости удара эта разница увеличивается. Пренебрежение эффектом сжимаемости в упругой области приводит к увеличению поперечных смещений в средней части оболочки, где деформации малы. Следствием этого является падение прогибов на выпучине, более заметное для тонких оболочек.

2.2. Цилиндрические и конические оболочки при ударе грузом конечной массы. Многопараметрическое исследование [39] выявило основные закономерности упругопластического выпучивания цилиндрических и конических оболочек из Д16Т при продольном ударе грузом конечной массы. Радиус оболочки составлял $R = 0.1$ м, варьировались: скорость удара $\bar{V} = V/c$ (c – скорость звука

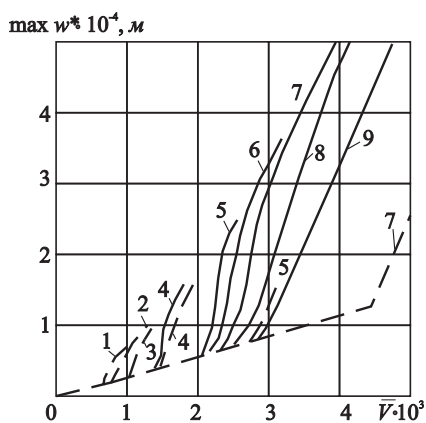


Рис. 9

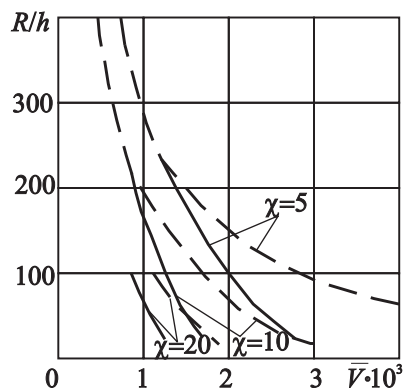


Рис. 10

в материале), соотношение масс груза и оболочки χ , толщина h , угол конусности α , условия закрепления, начальные несовершенства.

Начиная с момента соударения вдоль оболочки распространяется волна продольных сжимающих напряжений. За ее фронтом возникают кольцевые сжимающие напряжения, вызывающие поперечные колебания оболочки. Эти колебания, как и динамический краевой эффект, являются естественным возмущением безмоментного состояния оболочки. Весь процесс осесимметричного выпучивания можно разделить на две стадии: начальную, или неустановившуюся (до трех пробегов волны сжатия по длине оболочки), и установившуюся. На первой стадии существенную роль играет волновой процесс, который оказывает основное влияние на формирование характерной формы изгиба срединной поверхности оболочки. На второй стадии напряженное состояние по длине оболочки выравнивается, а характерная форма изгиба получает дальнейшее развитие.

Возникновение пластических деформаций существенно изменяет переходный волновой процесс, так как при упругопластическом выпучивании напряжения ограничены диаграммой деформирования, а волны догрузки имеют скорость распространения значительно меньшую, чем скорость упругих волн. Развитие изгибных пластических деформаций в зоне выпучины заметно уменьшает продольную жесткость оболочки. Этим объясняется образование одной резкой складки вблизи торца и замораживание роста прогибов на остальной части оболочки.

На рис. 9 приведены зависимости $\max w^*(\bar{V})$ для оболочек с $R/h = 500; 300; 200; 100; 80; 60; 40; 20$ (кривые 1–9) при $\chi = 5$. Пунктирной линией показано решение для идеально упругих оболочек. На всех кривых, начиная с некоторой скорости, темп нарастания прогибов резко увеличивается. Эта скорость $V_{кр}$ принимается для данной оболочки в качестве критической. С точки зрения оценки несущей способности конструкции критическая скорость удара является важной характеристикой, поскольку позволяет определить безопасный диапазон параметров нагружения. На докритической стадии выпучивания прогибы линейно зависят от скорости удара, причем коэффициент пропорциональности одинаков для всех R/h . По мере уменьшения толщины наблюдается сближение критических скоростей, определяемых с учетом и без учета пластических свойств материала, и при $R/h = 200$ они становятся одинаковыми (рис. 10). Следовательно, для более тонких оболочек из материала Д16Т критические скорости можно определять без учета пластических деформаций.

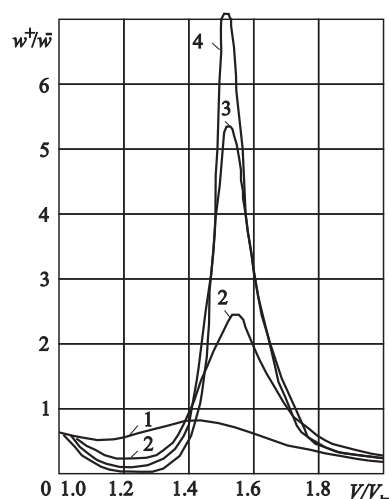


Рис. 11

Таким образом, упругопластическое выпучивание цилиндрических оболочек средней длины происходит главным образом вблизи торцов с образованием складок, длина которых определяется R/h и растет при увеличении толщины оболочки. Амплитуда выпучины и время процесса соударения определяются скоростью удара и параметром χ . Из-за наличия краевого эффекта влияние начальной погиби w_0 , согласованной с формой выпучивания, незначительно для довольно широкого диапазона амплитуд $0 \leq w_0 \leq 0.001h$. При шарнирном опирании торцов оболочки длина выпучины сокращается, амплитуда ее увеличивается, а критическая скорость удара уменьшается.

Влияние скорости удара на место образования выпучины в оболочках с $R/h = 20; 40; 60; 80$ (кривые 1–4) при $\chi = 10$ показано на рис. 11. Амплитудное значение прогиба на ударяемом торце обозначено через w^+ , а на противоположном – w^- . Явление перестройки характерной формы изгиба присуще всем рассмотренным оболочкам. Диапазон относительных скоростей удара V/V_{cr} можно разделить на три зоны. В первой ($V/V_{cr} < 1.4$) и третьей ($V/V_{cr} > 1.8$) наблюдается стабильная картина волнообразования с преимущественным выпучиванием вблизи закрепленного торца. При $1.4 < V/V_{cr} < 1.8$ форма изгиба с изменением скорости удара все время меняется. Сначала складки симметризируются относительно середины оболочки, затем происходит рост амплитудных значений прогибов на выпучине вблизи ударяемого торца при уменьшении их на противоположном торце. Начиная с $V/V_{cr} = 1.55$ наблюдается обратный процесс – растет выпучина у закрепленного торца, а на ударяемом она уменьшается. Складка обычно образуется там, где при отражении волн продольных напряжений впервые появляются пластические деформации.

Усеченная коническая оболочка испытывает продольно-поперечный удар, поэтому для нее характерно образование складки вблизи ударяемого (меньшего) торца. По мере увеличения угла конусности длина полуволны выпучивания уменьшается. В слабоконических оболочках ($\alpha < 8^\circ$) наблюдается перестройка характерной формы выпучивания в зависимости от скорости удара, что объясняется влиянием изменения метрики по длине оболочки на степень пластического деформирования при распространении и отражении продольной волны сжатия от торцов. При $\alpha > 8^\circ$ продольные напряжения на ударяемом торце в начальной стадии

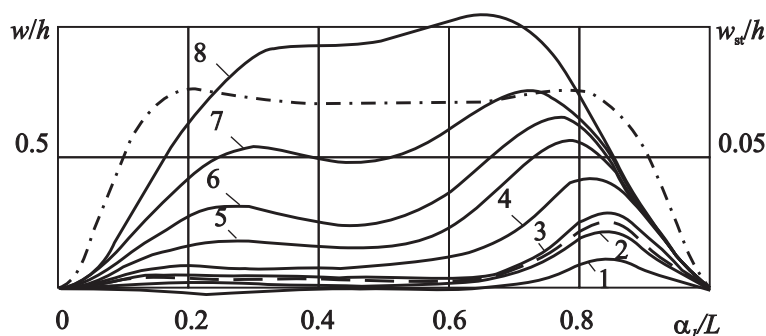


Рис. 12

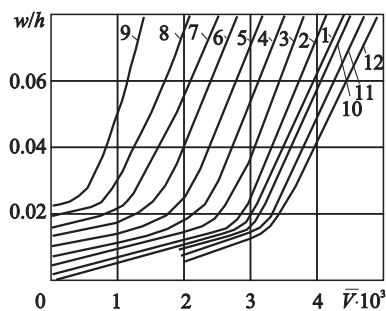


Рис. 13

процесса не падают, как в цилиндре, а возрастают, что приводит к более быстрому формированию кольцевой складки. Вблизи закрепленного торца выпучина не образуется, так как напряжения там в течение всего процесса деформирования меньше, чем на ударяемом торце, и не превосходят предела текучести. Критические скорости удара для конических оболочек меньше, чем для цилиндрических. При $\alpha > 20^\circ$ зависимости амплитуды выпучины от скорости удара не имеют ярко выраженной точки излома, не наблюдается и трансформация волнообразования, то есть отсутствуют характерные особенности, присущие процессам динамической потери устойчивости оболочек.

2.3. Влияние статического давления. На примере оболочки $R/h = 20$ в [40] изучалось влияние статически приложенного внутреннего или внешнего (отрицательного) давления на ударное выпучивание защемленной по концам оболочки при $\chi = 5$. Рассматривался диапазон давлений $-9 \leq p \leq 15$ МПа. Полагалось, что давление действует только на боковую поверхность оболочки. Решение статической задачи осуществлялось методом дискретных торможений по той же вычислительной программе, что и решение динамической задачи. Статическое решение являлось начальными данными динамической задачи. Его анализ показал, что в диапазоне давлений $-9 \leq p \leq 15$ МПа прогибы прямо пропорциональны давлению, а при $p = 15$ МПа напряжения достигают предела текучести. На рис. 12 приведены формоизменения оболочки в момент достижения максимума прогиба, рассчитанные при скорости удара $\bar{V} = 0.0036$ и статическом давлении $p = -5; -1; 1; 5; 9; 11; 13; 15$ МПа (кривые 1–8 соответственно). Форма выпучивания при $p = 0$ дана штриховой линией, а статическое решение w_{st} при $p = 13$ МПа обозначено штрих-пунктирной линией в десятикратном увеличении. На рис. 13 показаны графики 1–12, характеризующие выпучивание оболочки при

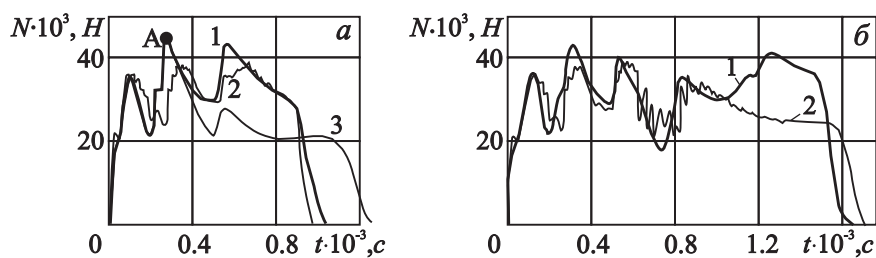


Рис. 14

фиксированных давлениях $p = 0; 1; 3; 5; 7; 9; 11; 13; 15; -1; -3; -5$ МПа в зависимости от скорости удара. Представленные результаты свидетельствуют о том, что статическое давление оказывает существенное влияние на несущую способность и формы выпучивания оболочек при ударном нагружении.

2.4. Многостадийная потеря устойчивости. Экспериментально-теоретическое исследование [2] посвящено анализу процесса многостадийной потери устойчивости толстых ($R/h = 6.2$) цилиндрических оболочек из материала АМг6. Нагружение оболочек осуществлялось ударом по торцу металлической пластиной-ударником. Другой торец опирался на неподвижную опору - мерный стержень (динамометр). Для исключения развития неосесимметричных форм выпучивания внутренний объем оболочки заполнялся пористым материалом. Расчеты проводились по методике [38], дополненной алгоритмом замыкания складок.

На рис. 14 представлены экспериментальные (1, 3) и рассчитанные (2) временные зависимости усилия сжатия N на неподвижном торце оболочки. Рис. 14, а соответствует испытаниям с $V = 70$ м/с, $\chi = 20.5$, рис. 14, б – $V = 65$ м/с, $\chi = 38.4$. График 3 – для образца без заполнителя. Рост усилия N происходит при прогибах, не превышающих толщину оболочки, а спад – при интенсивном формировании складки. Первая выпучина возникает, растет и замыкается как осесимметричная. Развитие неосесимметричной формы начинается при формировании второй складки, поэтому графики 1 и 3 до точки А совпадают. Неплохое согласие экспериментальных данных и результатов численного расчета как по продольным усилиям, так и по остаточной форме говорит о том, что оболочечная модель [38], даже при замыкании складок, обеспечивает правильную передачу усилий по длине оболочки.

Поведение движущихся оболочек при встрече с неподвижной жесткой преградой исследовалось в [5, 25]. Образцы выполнялись из АМг6 в виде стакана с массивным оголовком. На другой конец крепился съемный хвостовик. С помощью светящейся точки, расположенной в хвостовике, регистрировались скорости полета и отскока, а также осадка образца. По данным опытов проведены численные расчеты. Оболочка имела $R/h = 15$, масса оголовка составляла четыре, а масса хвостовика – девять масс оболочки, скорость удара $V = 29$ м/с. Пластические деформации оголовка невелики (до 4%) и локализованы вблизи оси симметрии. Их рост прекращается с началом выпучивания. Сравнительный анализ расчетов для оболочки с оголовком и без него показал, что наличие оголовка существенно изменяет картину волнообразования в начальной стадии и не оказывает существенного влияния на характерную форму изгиба и остаточные прогибы. Вывод справедлив для образцов, у которых присоединенная масса в несколько раз превышает массу оболочки.

В [41] проанализировано динамическое деформирование упаковочного комплекта для авиационной транспортировки ядерного топлива АЭС при осевом и боковом

соударениях с жесткой преградой со скоростью 90 м/с. Проведено сопоставление данных вычислительных и натурных экспериментов по уровням перегрузок и остаточных формоизменений конструкции, возникающих в результате удара. По результатам проведенных исследований сделан вывод, что при рассматриваемых условиях нагружения возможны локальные разрывы корпусов упаковочного комплекта, которые не приводят к образованию магистральных трещин.

Проведение экспериментальных исследований с движущимися образцами связано со значительными трудностями регистрации силовых параметров и перемещений. При испытании неподвижных образцов упрощается техника эксперимента, появляется возможность получить более полную информацию о процессе деформирования и повысить точность получаемых результатов. В [42] установлено, что удар оболочки о неподвижную преграду и ударное нагружение неподвижной оболочки можно считать эквивалентными по интегральным характеристикам процесса выпучивания (осадке, максимальной силе, среднему прогибу), если присоединенная масса в несколько раз превышает массу оболочки. Однако места образования и амплитуды выпучин могут различаться.

Для апробации численных методов расчета потери устойчивости оболочек при динамическом нагружении можно воспользоваться более простыми и информативными статическими испытаниями. С этой целью испытания на сжатие выполнялись на установке УМЭ-10-ТМ. Образцы (рис. 15, а) изготавливались из стали X18H10T и имели размеры рабочей части: наружный диаметр $D = 3 \cdot 10^{-2}$ м, длину $L = 9.2 \cdot 10^{-2}$ м, толщину $h = 1 \cdot 10^{-3}$ м. В опытах регистрировались диаграмма осевая сила-перемещение захватов и изменения диаметра в характерных точках с помощью деформометра с тензометрическим преобразователем (точность измерения 0.01 мм). Испытания проводились в двух вариантах: с деревянной вставкой и без нее. Фотографии образцов представлены на рис. 15. Вставка помещалась внутрь образца таким образом, чтобы она не влияла на усилие сжатия и в то же время препятствовала развитию неосесимметричных форм потери устойчивости. В первом случае (рис. 15, б) процесс выпучивания происходил следующим образом. Сначала рабочая часть образца, за исключением концов, равномерно расширялась, затем у торцов намечались осесимметричные складки. При этом прогибы в средней части замораживались. Дальнейший рост нагрузки вызывал вначале одновременное увеличение амплитуды складок у обоих торцов. В момент достижения нагрузкой своего предельного значения рост складки у неподвижно закрепленного конца прекращался. Затем при падающей силе продолжала расти только выпучина у подвижного торца вплоть до полного ее замыкания. На этом первая стадия многостадийной потери устойчивости заканчивалась, а две другие проходили аналогично. Необходимо отметить, что вторая и третья складки у подвижного торца возникали и росли на фоне уже сформировавшейся складки на противоположном конце оболочки. Для образца без деревянной вставки (рис. 15, в) процесс деформирования вначале происходил аналогично описанному. Однако при $w/h > 1.5$ возникала и быстро развивалась несимметрия прогибов по окружной координате на растущей складке и рядом с ней. Таким образом, полый образец терял устойчивость по неосесимметричной форме. Результаты эксперимента для образца со вставкой показаны на рис. 16. График 1 – изменение осевой силы, 2–5 – радиальные перемещения наружной поверхности образца соответственно в точках на первой, второй и третьей складках у подвижного (верхнего) торца, а также на складке у противоположного торца.

Теоретический анализ первой осесимметричной стадии процесса выполнялся по методике [38]. Рассматривалась только рабочая часть образца, один торец полагался жестко закрепленным, на другом задавались граничные условия в виде

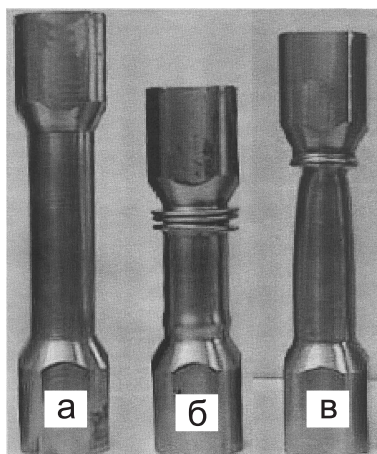


Рис. 15

Табл. 1

\varkappa	σ_* , МПа	\varkappa	σ_* , МПа	\varkappa	σ_* , МПа	\varkappa	σ_* , МПа
0.0000	278.0	0.0332	431.4	0.1483	645.4	0.3050	861.4
0.0018	306.5	0.0502	468.1	0.1774	690.7	0.3359	894.2
0.0049	335.5	0.0686	506.6	0.2030	732.7	0.3962	962.6
0.0112	365.8	0.0915	548.8	0.2387	778.7	0.4431	994.8
0.0205	397.6	0.1155	593.4	0.2716	818.8	1.0000	1380.0

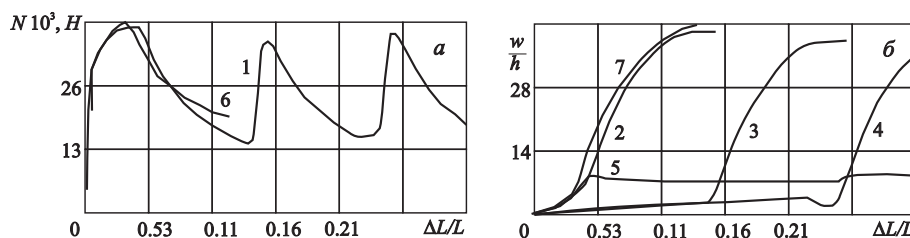


Рис. 16

подвижной в направлении оси оболочки заделки. Пластические деформации рассчитывались по варианту теории течения с нелинейным изотропным упрочнением, скалярная функция модели пластичности $\sigma_* = \sigma_*(\varkappa)$ определена на основании диаграммы деформирования материала и представлена в табл. 1.

Результаты расчетов показаны на рис. 16 (графики 6, 7).

Результаты численного решения задачи неосесимметричного выпучивания цилиндрической упругопластической оболочки под действием импульсной сжимающей нагрузки представлены на рис. 17 в виде кинограммы процесса деформирования. Оболочка с описанными выше характеристиками подвергалась равномерному осевому сжатию со скоростью 60 м/с. Геометрическое несовершенство задавалось в виде начальной погиби, имеющей вид $w = A \cos(\beta) \sin(\pi x/L)$, где $A = 0.1h$, $0^\circ \leq \beta \leq 90^\circ$ – координата по углу поворота, $0 \leq x \leq L$ – координата вдоль образующей, L – продольная длина оболочки. Сжатие производилось до величины осадки

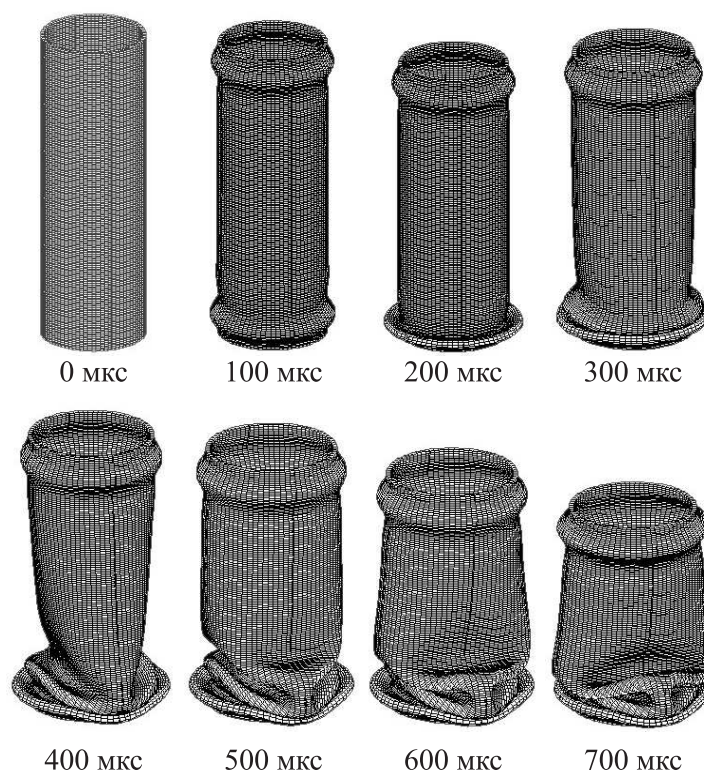


Рис. 17

$\Delta L = 4.2$ см. Сначала в процессе деформирования вблизи торцов образовались осесимметричные выпучины, затем рост складки вблизи подвижного торца прекратился, и в дальнейшем увеличивалась выпучина только у неподвижно опертого торца. Ее развитие шло по осесимметричной форме, чему способствовал краевой эффект жесткой заделки. После замыкания у неподвижного торца первой складки вблизи него началось образование второй. Так как влияние краевого эффекта от жестко заделанного торца было ослаблено первой складкой, развитие второй шло уже по неосесимметричной форме. Поперечное сечение приобрело эллиптическую форму, и вслед за ней образовалась вмятина. Дальнейшее сжатие привело к замыканию неосесимметричной выпучины и к схлопыванию поверхности оболочки выше нее. После этого началось образование третьей складки. Ее поперечное сечение было повернутое на 90° относительно сечения второй выпучины.

Результаты расчета сравнивались с данными натурного эксперимента, полученными на установке РСГ-60 [43] П.В. Деменко и П.В. Лаптевым. Один из торцов образца свободно опирался на мерный стержень, по другому торцу бил ударник массой 5.4 кг с начальной скоростью $V_0 = 11.93$ м/с. Ударник и мерный стержень выполнены из стали и в расчетах предполагались упругими. Величина осадки образца в расчете составила $11.5h$, в эксперименте – $12h$, где h – толщина оболочки. На рис. 18 представлено формоизменение экспериментального образца и его расчетной модели после окончания деформирования. На рис. 19, 20 изображены остаточные прогибы вдоль образующей рабочей части. Точками на рисунках обозначены экспериментальные значения амплитуд выпучин.

Зависимость величин прогибов в точках I, II, III (рис. 18) от амплитуды начальной погиби представлена на рис. 21. Как показывают графики, выпучина в точке I

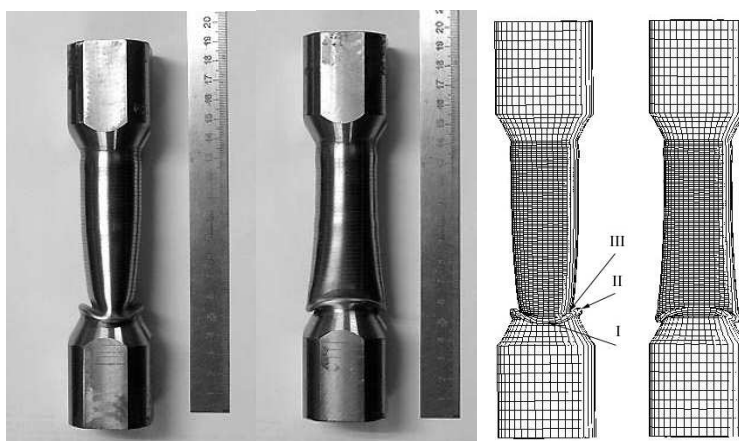


Рис. 18

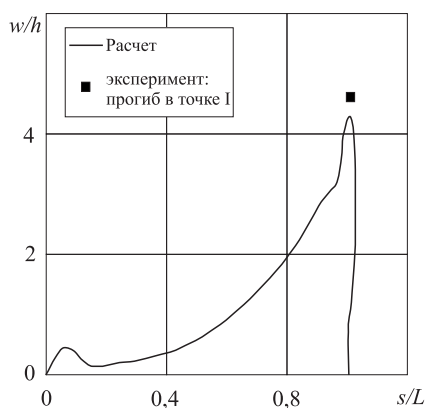


Рис. 19

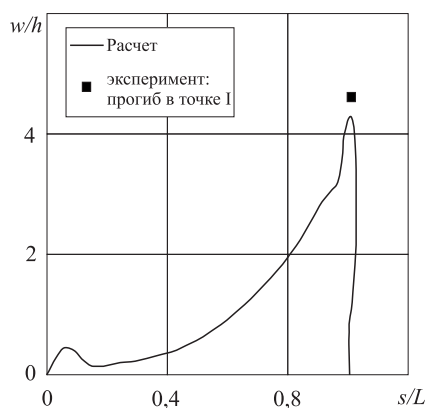


Рис. 20

не зависит от амплитуды погиби и практически совпадает по значению с осесимметричной величиной складки. Прогибы в точках II и III сильно зависят от значения амплитуды геометрического несовершенства в диапазоне $A \leq 0.1h$. При дальнейшем увеличении амплитуды погиби, их чувствительность к ней уменьшается.

Неосесимметричная форма потери устойчивости начинается развиваться, когда прогиб осесимметричной складки превышает толщину оболочки. В последующем за складкой образуется вмятина и поперечное сечение оболочки в этой области приобретает эллиптическую форму.

По результатам представленных исследований можно сделать заключение, что, несмотря на сложный характер нагружения при упругопластическом выпучивании цилиндрических оболочек, численно рассчитанные интегральные параметры процесса – прогибы, усилия – удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными даже при большой величине осадки (до 40%) и многостадийной потере устойчивости. Необходимо заметить, что неосесимметричные формы потери устойчивости цилиндрических оболочек в упругопластической области реализуются при $n = 2, 3$ как при статическом, так и при динамическом нагружениях. Поэтому теория пологих оболочек применима только для исследования выпучивания тонких упругих оболочек при $n \geq 4$, но не упругопластических, где необходимо применять

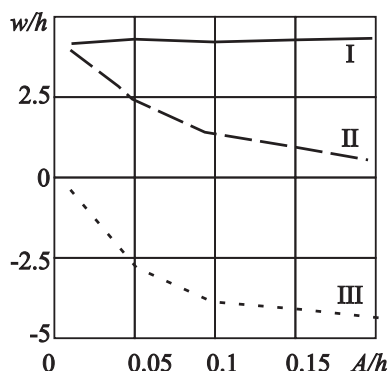


Рис. 21. Зависимость величины прогибов от амплитуды погнби

общую теорию оболочек. Велико также влияние краевых эффектов на процесс осесимметричного и неосесимметричного выпучивания оболочек вращения, особенно в задачах динамики, когда нагрузка превышает критическую.

Работа выполнена в рамках реализации ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы, гранта Президента РФ для государственной поддержки ведущих научных школ РФ (проект НШ-3367.2008.8), а также при поддержке РФФИ (проекты № 08-01-00500-а, 09-08-97034-р_п_а).

Summary

V.G. Bazhenov, M.S. Baranova, A.I. Kibets, V.K. Lomunov, E.V. Pavlenkova. Buckling of Elastic-Plastic Cylindrical and Conical Shells of Revolution under Axial Impact Loading.

The article is devoted to the geometrically and physically linear and nonlinear formulations of the problems regarding the dynamic loading of shells of revolution. Analytical and numerical methods of solving the problems of impact buckling and supercritical behavior of elastic and elastic-plastic shells of revolution following axisymmetric and non-axisymmetric forms are considered. The role of boundary, wave, geometrically and physically nonlinear effects is assessed, as well as the effect of the bound nature of axisymmetric and non-axisymmetric forms in the process of buckling with multistage loss of stability. The non-axisymmetric forms of the loss of stability of cylindrical shells in the elastic-plastic region are realized according to the second and third forms both for static and dynamic loading, and, hence, the theory of shallow shells is not applicable for analyzing these processes.

Key words: impact loading, cylindrical and conical shells, elastic-plastic buckling, critical parameters.

Литература

1. Лаврентьев М.А., Ишлинский А.Ю. Динамические формы потери устойчивости упругих систем // Докл. АН СССР. – 1949. – Т. 64, № 6. – С. 779–782.
2. Абакумов А.И., Квасков Г.А., Новиков С.А., Сеницын В.А., Учайев А.А. Исследование упругопластического деформирования цилиндрических оболочек при осевом ударном нагружении // ПМТФ. – 1988. – № 3. – С. 150–153.
3. Баженов В.Г., Ломунов В.К. Экспериментально-теоретическое исследование упругопластического выпучивания цилиндрических оболочек при осевом ударе // Прикл. механика. – 1983. – Т. 19, № 6. – С. 23–29.

4. *Борисенко В.И., Волошин В.Т.* Экспериментальное исследование устойчивости цилиндрической оболочки при продольном ударе // Прикл. механика. – 1967. – Т. 3, № 4. – С. 45–52.
5. *Бригадиров Г.В.* Экспериментальное исследование упругопластического удара цилиндрической оболочки с присоединенной массой о жесткую преграду // Прикл. пробл. прочности и пластичности. Методы решения задач упругости и пластичности: Всесоюз. межвуз. сб. – Горький: Горьк. ун-т, 1982. – Вып. 2. – С. 101–104.
6. *Вольмир А.С.* Нелинейная динамика пластинок и оболочек. – М.: Наука, 1972. – 432 с.
7. *Гордиенко Б.А.* Экспериментальное исследование поведения стержней и цилиндрических оболочек при ударе // Труды VII Всесоюз. конференции по теории пластин и оболочек. – М.: Наука, 1970. – С. 190–193.
8. *Кийко И.А.* Цилиндрическая оболочка под действием осевой ударной нагрузки // Изв. АН СССР. МТТ. – 1969. – № 2. – С. 135–138.
9. *Коппа А.* О механизме выпучивания круговой цилиндрической оболочки при продольном ударе // Механика: Периодич. сб. переводов иностр. ст. – 1961. – № 6. – С. 145–164.
10. *Линдберг Г.Е., Герберт Р.Е.* Динамическая потеря устойчивости тонкой цилиндрической оболочки под действием осевой ударной нагрузки // Труды амер. о-ва инж.-механ. Сер. Е. – 1966. – Т. 33, № 1. – С. 91–100.
11. *Нечипорук Г.С., Тен Ен Со.* Экспериментальное исследование ударного выпучивания цилиндрических и конических оболочек // Изв. АН СССР. МТТ. – 1974. – № 3. – С. 175–182.
12. *Утешев С.А.* Выпучивание полимерных конических и цилиндрических оболочек при ударе по торцу // Механика полимеров. – 1977. – № 1. – С. 75–79.
13. *Баженов В.Г., Игоничева Е.В.* Нелинейные процессы ударного выпучивания упругих элементов конструкций в виде ортотропных оболочек вращения. – Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 1991. – 132 с.
14. *Абросимов Н.А., Баженов В.Г.* Нелинейные задачи динамики композитных конструкций. – Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2002. – 400 с.
15. *Коппа А.* Формы потери устойчивости нерастяжимыми коническими оболочками // Ракетная техника и космонавтика. – 1967. – Т. 5, № 4. – С. 176–181.
16. *Борисенко В.И.* Об устойчивости цилиндрической оболочки при продольном ударе // Прикл. механика. – 1965. – Т. 1, № 5. – С. 100–104.
17. *Ефимов А.Б., Малый В.И., Утешев С.А.* О потере устойчивости цилиндрической оболочки при продольном ударе // Изв. АН СССР. МТТ. – 1971. – № 1. – С. 20–23.
18. *Ефимов А.Б., Малый В.И.* О механизме выпучивания цилиндрической оболочки при продольном ударе // Труды VIII Всесоюз. конф. по теории оболочек и пластинок. – М.: Наука, 1973. – С. 459–463.
19. *Клоснер Р.* Нелинейная задача о деформировании цилиндрических оболочек при действии динамических осевых нагрузок // Ракетная техника и космонавтика. – 1964. – Т. 12, № 10. – С. 148–154.
20. *Борисенко В.И., Клокова А.И.* Закритическая деформация цилиндрической оболочки при ударе // Прикл. механика. – 1966. – Т. 2, № 10. – С. 29–35.
21. *Гордиенко Б.А.* О машинном решении задач ударного выпучивания упругих систем методом конечных разностей // Изв. АН СССР. МТТ. – 1970. – № 3. – С. 143–148.

22. *Гордиенко Б.А.* Ударное выпучивание упругих систем // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. – 1971. – № 4. – С. 101–106.
23. *Гордиенко Б.А., Нечипорук Г.С., Тен Ен Со.* Реакция цилиндрических и конических оболочек на осевой удар // Труды VIII Всесоюз. конф. по теории оболочек и пластинок. – М.: Наука, 1973. – С. 431–436.
24. *Мяченков В.И.* Исследование поведения симметрично нагруженных упругих оболочек вращения при динамическом нагружении с помощью метода прямых // Труды VIII Всесоюз. конф. по теории оболочек и пластинок. – М.: Наука, 1973. – С. 531–535.
25. *Вольмир А.С.* Об устойчивости цилиндрических оболочек при динамическом нагружении // Докл. АН СССР. – 1958. – Т. 123, № 5. – С. 806–808.
26. *Тамура Ю., Бабкок К.* Динамическая устойчивость цилиндрических оболочек при ступенчатом нагружении // Механика. Новое в зарубежной науке. – М.: Мир, 1976. – № 8: Нестационарные процессы в деформируемых телах. – С. 9–24.
27. *Богданович А.Е.* Обзор исследований по устойчивости цилиндрических оболочек при осевом динамическом сжатии // Электродинамика и механика сплошных сред: Межвуз. сб. науч. тр. – Рига: Латв. ун-т, 1980. – С. 68–105.
28. *Богданович А.Е., Фелдмане Э.Г.* Анализ неосесимметричного выпучивания цилиндрических оболочек при осевом динамическом сжатии // Изв. АН СССР. МТТ. – 1982. – № 2. – С. 144–154.
29. *Богданович А.Е., Фелдмане Э.Г.* Численное исследование процесса выпучивания и анализ прочности слоистых цилиндрических оболочек при осевых ударных нагрузках // Механика композитных материалов. – 1982. – № 5. – С. 822–832.
30. *Баженов В.Г., Игоничева Е.В.* Динамическая потеря устойчивости и закритическое поведение тонкой цилиндрической оболочки с начальными несовершенствами под действием осевой ударной нагрузки // Прикл. пробл. прочности и пластичности: Всесоюз. межвуз. сб. – Горький: Горьк. ун-т, 1977. – Вып. 6. – С. 98–106.
31. *Баженов В.Г., Игоничева Е.В.* Нелинейный анализ неосесимметричного выпучивания цилиндрических и конических оболочек при осевом ударе // Прикл. механика. – 1987. – Т. 23, № 5. – С. 10–17.
32. *Баженов В.Г., Игоничева Е.В.* Об ударном выпучивании ортотропных оболочек вращения с учетом геометрической нелинейности // Прикл. механика. – 1990. – Т. 26, № 5. – С. 43–50.
33. *Абросимов Н.А., Баженов В.Г., Елесин А.В.* Моделирование нелинейного деформирования и потери устойчивости гладких и подкрепленных цилиндрических оболочек при импульсном нагружении // Изв. РАН. МТТ. – 2000. – № 1. – С. 181–189.
34. *Баженов В.Г., Бригадиров Г.В., Зефилов С.В., Ломунов В.К., Прокопенко М.Б.* Численный анализ осесимметричного упругопластического выпучивания оболочек вращения с присоединенными жесткими и деформируемыми массами при ударе о преграду // Прикл. пробл. прочности и пластичности: Всесоюз. межвуз. сб. – Горький: Горьк. ун-т, 1990. – С. 41–47.
35. *Баженов В.Г., Ломунов В.К.* К вопросу о расчетной модели ударного выпучивания упругопластических цилиндрических оболочек // Труды X Всесоюз. конф. по теории оболочек и пластин. – 1975. – Т. 2. – С. 18–27.
36. *Коротких Ю.Г.* О базовом эксперименте для модели термовязкопластичности // Прикл. проблемы прочности и пластичности: Всесоюз. межвуз. сб. – Горький: Горьк. ун-т, 1977. – Вып. 6. – С. 3–20.

37. Москвитин В.В. Пластичность при переменных нагрузениях. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1965. – 263 с.
38. Баженов В.Г., Ломунов В.К. Исследование упругопластического выпучивания оболочек вращения при ударном нагружении // Прикл. пробл. прочности и пластичности: Всесоюз. межвуз. сб. Горьк. ун-т. – 1975. – Вып. 2. – С. 44–50.
39. Баженов В.Г., Ломунов В.К. Устойчивость и закритическое состояние оболочек вращения при осевом ударе // Прикл. механика. – 1986. – Т. 22, № 9. – С. 28–33.
40. Баженов В.Г., Ломунов В.К. Влияние статического давления на устойчивость упругопластических цилиндрических оболочек при продольном ударе // Прикл. пробл. прочности и пластичности: Всесоюз. межвуз. сб. Горьк. ун-т. – 1979. – Вып. 12. – С. 39–42.
41. Баженов В.Г., Кибец А.И., Кибец Ю.И., Лаптев П.В., Рябов А.А., Романов В.И., Сотсков Г.И. Конечно-элементный анализ высокоскоростного удара о преграду транспортного упаковочного комплекта // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2004. – № 2. – С. 118–125.
42. Бригадиров Г.В., Ломунов В.К. О двух расчетных схемах ударного выпучивания цилиндрических оболочек // Прикл. проблемы прочности и пластичности. Алгоритмизация и автоматизация решения задач упругости и пластичности: Всесоюз. межвуз. сб. – Горький: Горьк. ун-т, 1990. – С. 41–47.
43. Деменко П.В. Установка для динамических испытаний структурно-неоднородных материалов на основе разрезного стержня Гопкинсона диаметром 60 мм // Проблемы прочности и пластичности. – Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2001. – Вып. 63. – С. 186–190.

Поступила в редакцию
01.04.10

Баженов Валентин Георгиевич – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий лабораторией № 4 «Динамика конструкций» Научно-исследовательского института механики Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского.

E-mail: bazhenov@mech.unn.ru

Баранова Мария Сергеевна – аспирант Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского.

E-mail: bar18@rambler.ru

Кибец Александр Иванович – доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник Научно-исследовательского института механики Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского.

E-mail: kibec@mech.unn.ru

Ломунов Владимир Кириллович – кандидат технических наук, старший научный сотрудник Научно-исследовательского института механики Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского.

E-mail: lomunov@mech.unn.ru

Павленкова Елена Владимировна – кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник Научно-исследовательского института механики Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского.

E-mail: pavlyonkova@mech.unn.ru